

Dagli Enti Primitivi alle Geometrie dell'Universo

Un percorso comparato tra le definizioni di Euclide,
il prisma cromatico di Byrne e la curvatura del Cosmo

Introduzione

Questo fascicolo è pensato per gli studenti del Liceo Linguistico come un esercizio di **traduzione tra linguaggi**. Esploreremo come la precisione della parola antica si trasformi nell'immediatezza del design moderno.

Come scriveva Orazio:

*“Segnius irritant animos demissa per aurem,
quam quae sunt oculis subjecta fidelibus.”*

ovverosia:

*“Le cose trasmesse attraverso l'orecchio colpiscono l'animo più lentamente
di quelle che sono poste davanti agli occhi fidati.”*

Non ci limiteremo, tuttavia, a restare confinati tra i margini di un foglio di carta. Se la parola greca ci dà il *nome* delle cose e il design di Byrne ne rivela la *forma*, la fisica moderna ci mostra che queste stesse leggi sono l'intelaiatura dell'intero Universo.

Passeremo dalla stabilità del piano euclideo — quel mondo dove le parallele corrono costanti senza mai sfiorarsi — alle geometrie “proibite” che descrivono la curvatura dello spazio-tempo. Scopriremo che il destino del Cosmo è scritto proprio nelle pieghe di quei postulati che Euclide ci ha chiesto, con umiltà, di accettare.

Le Definizioni

Le definizioni sono i mattoni della lingua geometrica. Euclide definisce gli enti per astrazione; Byrne li definisce per contrasto cromatico.

Definizione I

Il Punto

“A point is that which has no part.”

(Il punto è ciò che non ha parti)

L'Astrazione Logica Euclide inizia con una definizione "negativa". Ci dice cosa il punto *non è*: non ha dimensione, non ha volume, non può essere diviso. È pura astrazione, l'atomo logico della geometria che esiste solo come posizione nello spazio.

La Visione di Byrne Byrne risolve l'astrazione in modo geniale: il punto è il luogo in cui i tre colori si incontrano. Non è un pallino nero, ma il confine invisibile in cui le campiture si toccano. Il punto "appare" all'occhio proprio perché è il limite del colore.

Let three colours meet and cover a portion of the paper, where they meet is not blue, nor is it yellow, nor is it red, as it occupies no portion of the plane, for if it did, it would belong to the blue, the red, or the yellow part; yet it exists, and has position without magnitude, so that with a little reflection, this junction of three colours on a plane, gives a good idea of a mathematical point.

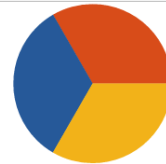


Figura 1: L'intersezione cromatica di Byrne

Definizione II

La Linea

“A line is length without breadth.”

(La linea è lunghezza senza larghezza)

L'Astrazione Logica In termini moderni, la linea è un oggetto monodimensionale, che non possiede larghezza. Se potessimo rimpicciolirci fino a entrare nel mondo della geometria, su una linea potremmo camminare solo avanti o indietro; non esisterebbe un 'fianco' dove spostarci. Mentre nella realtà ogni linea che disegniamo ha sempre un piccolo spessore (la traccia di grafite o inchiostro), la linea geometrica è un'astrazione pura.

La Visione di Byrne In modo analogo al punto, Byrne rappresenta la linea come la "giuntura" tra due colori. La linea è la 'fratellanza' tra il blu e il rosso: è il punto esatto in cui uno finisce e l'altro inizia. Poiché è solo un limite, la linea non occupa spazio proprio; è uno spessore nullo che separa due ampiezze.

Let two colours meet and cover a portion of paper; where they meet is not red, nor is it blue; therefore the junction occupies no portion of the plane, and therefore it cannot have breadth, but only length: from which we can readily form an idea of what is meant by a mathematical line. For the purpose of illustration, one colour differing from the colour of the paper, or plane upon which it is drawn, would have been sufficient; hence in future, if we say the red line, the blue line or lines, &c. it is the junctions with the plane upon which they are drawn are to be understood.



Figura 2: La giunzione tra due colori

Approfondimento Linguistico

Hòros (ὄρος): In greco significa “termine”, “segno di confine”.

Aplàtēs (ἀπλατές): Composto da *a-* (privativa) e *platūs* (largo). La linea euclidea è “lunghezza senza larghezza”. Mentre una matita lascia sempre una traccia spessa, la giunzione cromatica di Byrne è l'unica vera rappresentazione di un oggetto *aplàtēs*.

La Linea Retta

“A straight line is that which lies evenly with the points in itself.”

(Una linea retta è quella che giace ugualmente rispetto ai punti che sono su di essa)

L'Astrazione Logica Questa è una delle definizioni più complesse e discusse di Euclide. Cosa significa "giace ugualmente" (*lies evenly*, in greco *ex ísu* - ἐξ ἴσου)? Significa che la retta è la strada più breve tra due punti, che non curva né si aggroviglia. Tutti i punti sulla retta sono distribuiti senza favoritismi.

La Visione di Byrne Qui il miracolo visivo di Byrne si ripete. Per lui, una retta è una giunzione cromatica che si sviluppa senza deviazioni. Visivamente, è il confine pulito, teso, senza curve o onde, dove un colore pieno incontra un altro colore pieno. È la linea dell'orizzonte cromatico perfetta.

Definizione V

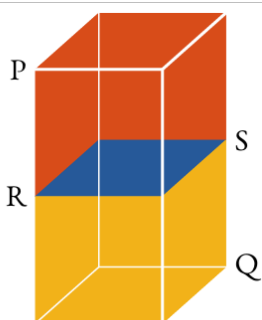
La Superficie

“A surface is that which has length and breadth only.”

(Una superficie è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza)

L'Astrazione Logica Con la superficie, entriamo finalmente nella bidimensionalità. Euclide ci chiede di immaginare un oggetto che possiede un'estensione piatta e vasta, ma che è ancora privo di un "corpo" fisico (lo spessore o la profondità). È pura estensione, una sottigliezza infinita.

La Visione di Byrne In modo coerente, Byrne rappresenta la superficie non più come l'intersezione cromatica (il punto) o la giunzione cromatica (la linea), ma come il **corpo** stesso del colore. Una volta che abbiamo definito il confine, lo spazio che esso racchiude è la superficie.



Surface is that which has length and breadth without thickness.

When we consider a solid body (PQ), we perceive at once that it has three dimensions, namely:— length, breadth, and thickness; suppose one part of this solid (PS) to be red, and the other part (QR) yellow, and that the colours be distinct without commingling, the blue surface (RS) which separates these parts, or which is the same thing, that which divides the solid without loss of material, must be without thickness, and only possesses length and breadth; this plainly appears from reasoning, similar to that just employed in defining, or rather describing a point and a line.

In Byrne, la superficie è la campitura piena del colore.

Approfondimento Linguistico

In greco, il concetto di superficie non è univoco; Euclide e i matematici antichi usano termini che ne descrivono l'aspetto visivo o la natura fisica:

Epipháneia (ἐπιφάνεια): Deriva da *epì* (sopra) e *phàino* (apparire). È letteralmente l'“apparire sopra”, la pelle esterna delle cose. È un termine quasi teatrale: la superficie è ciò che si manifesta all'occhio.

Epípedon (ἐπίπεδον): Composto da *epì* (sopra) e *pédon* (suolo, terra). È la superficie piana, quella su cui si può camminare. Se *epipháneia* è la superficie di qualsiasi oggetto (anche una sfera), *epípedon* è il termine tecnico per il piano geometrico.

Byrne gioca proprio sull'*epifania* del colore. La sua superficie non è un'astrazione grigia, ma una manifestazione cromatica vibrante che rende visibile il confine invisibile del solido.

Angolo Piano

“A plane angle is the inclination of two lines to one another in a plane, which meet together but are not in the same direction.”

(Un angolo piano è l'inclinazione reciproca di due linee in un piano, le quali si incontrano ma non sono poste nella stessa direzione)

L'Astrazione Logica Euclide definisce l'angolo non come un oggetto, ma come una **relazione**. È l'“inclinazione reciproca” (*klísis* - κλίσις) di due linee. La condizione fondamentale è che si incontrino in un punto (il vertice) ma non siano la stessa retta.

La Visione di Byrne In Byrne, l'angolo non è definito solo dalle due linee nere, ma dallo spazio colorato che racchiudono vicino al vertice. Il colore diventa un misuratore di quell'inclinazione. L'occhio percepisce l'angolo come una porzione concreta di piano.



In Byrne, l'angolo è reso visibile tramite una porzione di colore.

Dopo aver definito l'angolo piano in generale, Euclide introduce un'unità di misura fondamentale: l'**angolo retto**. Questo angolo non è definito da un numero (come 90 gradi), ma da una proprietà logica di eguaglianza e stabilità visiva. Gli altri angoli (Ottuso e Acuto) saranno definiti semplicemente in relazione a questo standard perfetto.

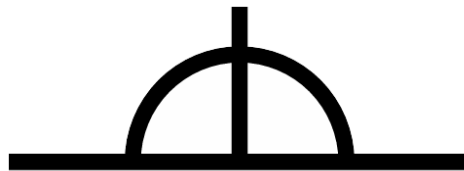
Definizione IX

L'Angolo Retto

*“When a straight line standing on another straight line makes the adjacent angles equal to one another, each of the equal angles is a **right angle**...”*

(Quando una linea retta, stando su un'altra linea retta, rende gli angoli adiacenti uguali tra loro, ciascuno degli angoli uguali è un angolo retto...)

La Visione di Byrne Byrne visualizza l'angolo retto come l'angolo della **perfetta eguaglianza**. Quando una linea cade su un'altra senza pendenze o favoritismi, i due angoli che si generano sono identici. Byrne spesso usa colori primari nettamente separati per mostrare questa stabilità ortogonale.



L'angolo retto in Byrne: eguaglianza e stabilità visiva.

Approfondimento Linguistico

- 1. Orthòs (ὀρθός):** Greco per “dritto”, “retto”, “verticale”, ma anche “onesto”, “giusto”. Da qui derivano termini come *ortografia* (scrittura corretta), *ortopedico* (che raddrizza) e *ortodossia* (retta opinione). L'angolo retto è, etimologicamente, l'angolo “giusto”.
- 2. Norma (Latino):** In origine indicava la squadra, lo strumento dei costruttori per tracciare angoli retti. Da qui deriva il termine matematico “normale” (sinonimo di perpendicolare) e il concetto civile di “norma” come regola a cui conformarsi per non “andare stori”.
- 3. Káthetos (κάθετος):** Dal greco *katà* (giù) e *híēmi* (mandare). Significa “lasciata cadere”. Evoca l'azione del filo a piombo che, attratto dalla gravità, genera una linea perfettamente perpendicolare al suolo. È la radice dei nostri “cateti”.

Definizione XI

L'Angolo Ottuso

“An obtuse angle is an angle greater than a right angle.”

(Un angolo ottuso è un angolo maggiore di un angolo retto)

L'Astrazione Logica L'angolo ottuso viene definito da Euclide per eccesso. Non appena l'inclinazione reciproca delle due linee supera la soglia della stabilità perfetta (l'angolo retto), l'angolo diventa ottuso. È un'entità che "si espande" nel piano.

La Visione di Byrne Byrne rappresenta l'angolo ottuso come una vasta porzione di colore. Visivamente, l'ampiezza cromatica comunica immediatamente l'idea di un angolo che "abbraccia" lo spazio, risultando meno "tagliante" rispetto al retto o all'acuto.



Il confronto cromatico tra l'ampiezza dell'ottuso e la strettezza dell'acuto.

Approfondimento Linguistico

Obtusus (Latino): Dal participio passato di *obtundere* (smussare, battere contro). Un angolo ottuso è letteralmente un angolo "smussato", che non ha la capacità di pungere o tagliare.

Definizione XII

L'Angolo Acuto

“An acute angle is an angle less than a right angle.”

(Un angolo acuto è un angolo minore di un angolo retto)

L'Astrazione Logica L'angolo acuto è definito per difetto. È tutto ciò che è più "stretto" dell'angolo retto. Se l'angolo retto è la norma, l'acuto è una deviazione verso la chiusura.

La Visione di Byrne In Byrne, l'acuto è una sottile "fetta" di colore. La concentrazione cromatica in uno spazio ristretto comunica visivamente l'idea di qualcosa di pungente e affilato, rendendo l'astrazione geometrica quasi tattile.



Il confronto cromatico tra l'ampiezza dell'ottuso e la strettezza dell'acuto.

Approfondimento Linguistico

Acutus (Latino): Dal verbo *acuere* (affilare). Ha la stessa radice di *acus* (ago). Un angolo acuto è "affilato", evocando l'immagine di una punta che può penetrare.

Le Linee Parallele

“Parallel straight lines are straight lines which, being in the same plane and being produced indefinitely in both directions, do not meet one another in either direction.”

(Linee rette parallele sono linee rette le quali, essendo nello stesso piano ed essendo allungate indefinitamente in entrambe le direzioni, non si incontrano in nessuna delle due direzioni)

L'Astrazione Logica Euclide definisce le parallele per "assenza": sono linee che non hanno punti in comune, indipendentemente da quanto vengano estese. È una definizione che sfida l'infinito, poiché ci chiede di immaginare un percorso che non si incrocerà mai.

La Visione di Byrne Byrne risolve visivamente questa sfida utilizzando l'armonia cromatica del colore di fondo o delle linee stesse. Spesso colora lo spazio compreso tra le parallele per mostrare che la distanza rimane costante, trasformando l'astrazione dell'infinito in un solido "canale" di colore che l'occhio percepisce come stabile e immutabile.



In Byrne, le parallele sono visualizzate tramite l'armonia dello spazio cromatico costante.

Approfondimento Linguistico

Parà-llēlos (παρά-λληλος): Il termine è composto dalla preposizione **parà** (*vicino, accanto, oltre*) e dal pronome **allélon** (*l'un l'altro, reciprocamente*).

Analisi Linguistica: Mentre Euclide definisce le parallele in modo "negativo" (linee che **non** si incontrano), l'etimologia greca ne dà una visione "positiva". Esse sono linee che "corrono l'una accanto all'altra".

Connessioni: La radice *allélon* (reciprocità) è la stessa che troviamo in parole come *parallelismo* o *allelo* (in biologia). In Byrne, questa reciprocità è resa dal colore: lo spazio tra le linee è un'entità cromatica costante che le tiene unite pur senza farle mai toccare.

I Postulati: Le Istruzioni Cromatiche

Se le definizioni sono i mattoni (nomi), i postulati sono i verbi. Euclide non ci chiede di dimostrare che queste azioni siano possibili; ci chiede il permesso di compierle per poter costruire il mondo geometrico.

In Byrne, i postulati smettono di essere semplici frasi e diventano **istruzioni visive**. Il colore indica l'azione che la mano deve compiere nel piano.

“La geometria non è una fede, ma un sistema di permessi accordati alla ragione.”

Approfondimento Linguistico

Aitēmata (αἰτήματα): È il termine greco originale usato da Euclide per indicare i postulati. Deriva dal verbo *aitéō* (αἰτέω), che significa “chiedere”, “domandare per avere”.

Postulato I

Unire due Punti

*“Let it be granted that a straight line may be drawn from
any one point to any other point.”*

*(Sia concesso che si possa tracciare una linea retta da un punto qualsiasi a un altro
punto qualsiasi)*

L'Azione della Riga Questo postulato ci permette di usare la riga. Ci dice che, dati due punti (gli enti adimensionali), esiste sempre la possibilità di unirli con una linea retta. In Byrne, questa azione è spesso evidenziata da una linea di un colore primario (Rosso o Blu) che “collega” i due punti neri.

Postulato II

Prolungare la Linea

“That a terminated straight line may be produced to any length in a straight line.”

(Che una linea retta terminata possa essere prolungata continuamente in linea retta)

L’Infinito Potenziale Se il primo postulato crea un segmento, il secondo ci permette di allungarlo all’infinito. È fondamentale per il concetto di parallele che abbiamo appena visto. Byrne visualizza il prolungamento spesso con un cambio di colore o con una linea tratteggiata cromatica, indicando che la direzione non cambia.

Postulato IV

L’Universalità del Retto

“That all right angles are equal to one another.”

(Che tutti gli angoli retti siano uguali tra loro)

L’Assoluto Geometrico Questo postulato assicura che lo spazio sia omogeneo. Non importa dove o come disegni un angolo retto: la sua ”rettitudine” è un valore assoluto. In Byrne, questo si traduce in una coerenza cromatica: l’angolo retto mantiene la stessa dignità visiva in ogni tavola, fungendo da unità di misura universale per la stabilità.

Il Postulato delle Parallele

“If a straight line falling on two straight lines makes the interior angles on the same side less than two right angles, the two straight lines, if produced indefinitely, meet on that side...”

(Se una retta che cade su altre due rette forma angoli interni dallo stesso lato la cui somma è minore di due angoli retti, le due rette, se prolungate, si incontreranno da quel lato...)

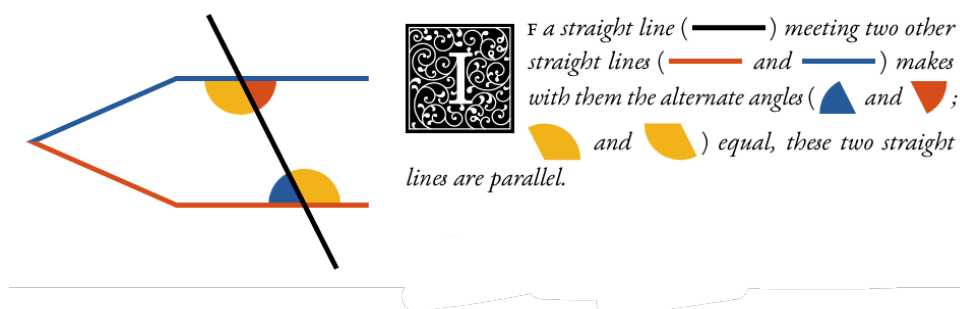
La Profezia dell'Incontro È il postulato più lungo e complesso. Ci dice sotto quali condizioni due linee **non** sono parallele e finiranno per scontrarsi. Byrne illustra questo concetto in modo geniale: usa colori diversi per gli angoli interni e mostra, attraverso la direzione delle linee colorate, il punto di fuga verso cui tendono.

Condizioni Sufficienti per il Parallelismo

La geometria dimostra che il parallelismo è una questione di equilibrio angolare: non occorre guardare all'infinito per sapere se due rette si incontreranno, basta osservare come vengono tagliate da una trasversale.

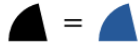
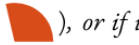
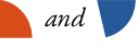
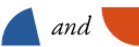
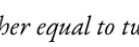
Proposizione XXVII: Il Criterio degli Angoli Alterni

“Se una linea retta che cade su altre due linee rette forma angoli alterni uguali tra loro, le due linee rette saranno parallele l'una all'altra.”



Proposizione XXVIII: Il Criterio degli Angoli Corrispondenti e Coniugati

“Se una linea retta che cade su due linee rette forma l’angolo esterno uguale all’angolo interno e opposto dallo stesso lato, oppure gli angoli interni dallo stesso lato uguali a due angoli retti, le linee rette saranno parallele l’una all’altra.”

IF a straight line (—), cutting two other straight lines (— and —), makes the external equal to the internal and opposite angle, at the same side of the cutting line (namely  =  or  = ), or if it makes the two internal angles at the same side ( and  , or  and ) together equal to two right angles, those two straight lines are parallel.

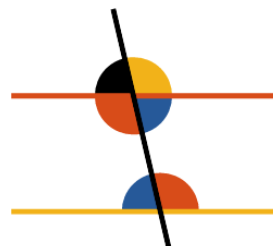
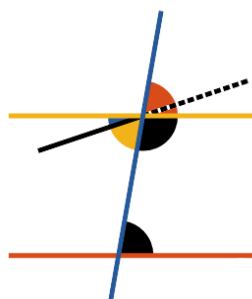


Figura 3: La geometria dimostra che il parallelismo è una questione di equilibrio angolare.

Condizioni Necessarie per il Parallelismo

Proposizione XXIX: Le Proprietà delle Rette Parallele

“Una linea retta che cade su linee rette parallele forma gli angoli alterni uguali tra loro, l’angolo esterno uguale all’interno e opposto, e gli angoli interni dallo stesso lato uguali a due angoli retti.”



ASTRAIGHT line (—) falling on two parallel straight lines (— and —), makes the alternate angles equal to one another; and also the external equal to the internal and opposite angle on the same side; and the two internal angles on the same side together equal to two right angles.

L’Inversione Logica Nelle proposizioni precedenti abbiamo cercato le condizioni per costruire il parallelismo. Qui, Euclide dà per assodato che la linea rossa e la gialla siano parallele e ne analizza le conseguenze geometriche quando vengono tagliate da una trasversale.

L’intervento del V Postulato Questa è la prima proposizione in cui Euclide è costretto a usare il suo controverso **Quinto Postulato**. Per dimostrare che la somma degli angoli interni non può essere diversa da due angoli retti, egli ragiona così: se fosse minore di due retti, le linee — per il V Postulato — dovrebbero incontrarsi. Ma poiché siamo

partiti dall'ipotesi che siano parallele (ovvero che non si incontrino mai), la somma **deve** essere esattamente di due angoli retti.

Proposizione XXX: La Transitività del Parallelismo

“Le linee rette che sono parallele a una stessa linea retta sono anche parallele tra loro.”



TRAIGHT lines ( and ) which are parallel to the same straight line (), are parallel to one another.

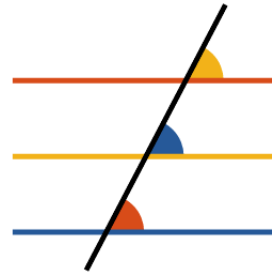
Let  intersect {    };

Then,  =  =  (pr. 1.29),

$\therefore$  = 

$\therefore$  $\parallel$  (pr. 1.27).

Q. E. D.



Oltre il Piano: Geometria e Destino dell'Universo

La forma dell'Universo non è solo un dettaglio matematico, ma la profezia del suo futuro. Nel modello del Big Bang, il destino ultimo del cosmo dipende da un numero critico, il parametro di densità Ω (Omega), che ne determina la geometria e l'evoluzione finale.

L'Energia Oscura: Il Motore dell'Espansione

Mentre Euclide ci ha insegnato le regole del piano, la fisica moderna ha scoperto che questo "piano" non è statico. L'Energia Oscura è una forza invisibile che permea l'intero Universo e agisce in modo opposto alla gravità.

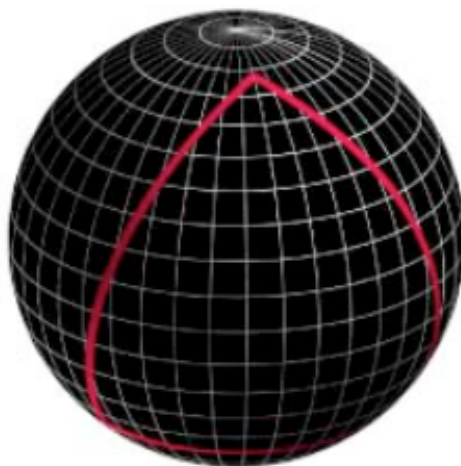
- **La Gravità (Materia):** Tende ad avvicinare i punti, cercando di curvare lo spazio su se stesso.
- **L'Energia Oscura:** Agisce come una pressione negativa che allontana i punti, distendendo o addirittura lacerando il tessuto dello spazio-tempo.

Il ruolo nel destino cosmico: È la quantità di energia oscura a decidere quale delle tre geometrie prevarrà. Se l'energia oscura è "costante", permette all'Universo di restare piatto ed Euclideo. Se dovesse aumentare, porterebbe alla rottura violenta di ogni regola geometrica.

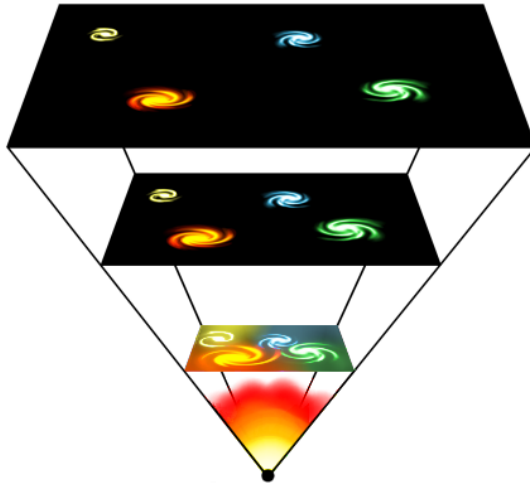
1. Geometria Ellittica e il *Big Crunch* ($\Omega > 1$)

Se la densità della materia è superiore alla densità critica, lo spazio si curva su se stesso.

- **Forma e geometria:** Lo spazio è curvo e chiuso su se stesso, come la superficie di una sfera. In questo scenario, le rette parallele di Euclide non possono esistere: ogni linea retta, se prolungata, finirà inevitabilmente per incrociarne un'altra.



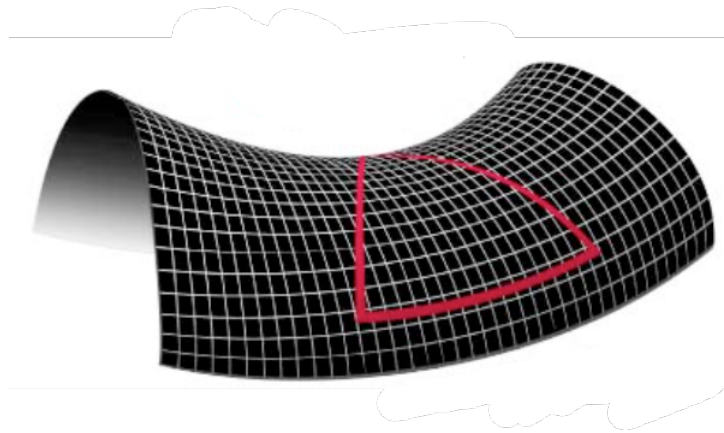
- **Destino:** In assenza di energia oscura, la gravità vince sull'espansione. L'Universo smette di crescere e inizia a collassare verso un'unica singolarità finale: il **Big Crunch**, un riflesso speculare del Big Bang.



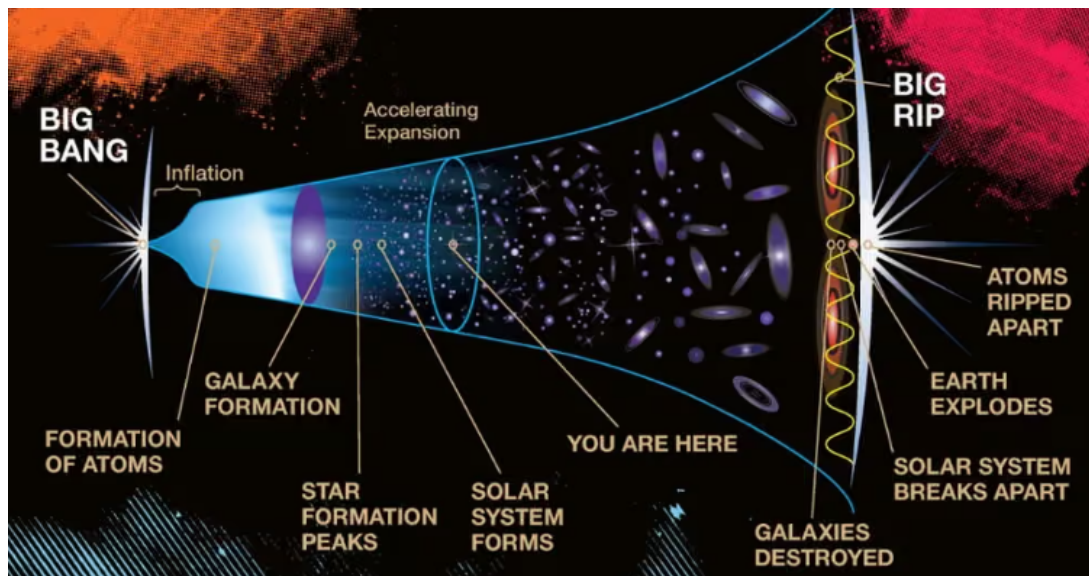
2. Geometria Iperbolica e il *Big Rip* ($\Omega < 1$)

Se la densità è insufficiente a contrastare l'espansione, lo spazio assume una curvatura negativa.

- **Forma e geometria:** Lo spazio ha una curvatura negativa e si presenta come una superficie a sella. In questo piano iperbolico, le rette che iniziano come parallele non mantengono la distanza, ma divergono allontanandosi progressivamente l'una dall'altra.



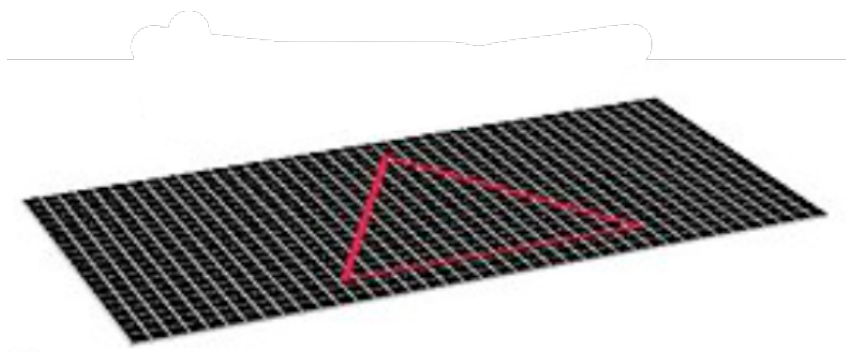
- **Destino:** L'espansione non si limita ad allontanare le galassie, ma inizia a "tirare" il tessuto stesso dello spazio con una forza crescente. La forza di espansione diventa più forte della gravità e delle forze nucleari. Prima vengono fatte a pezzi le galassie, poi i sistemi solari, poi le stelle, i pianeti e infine gli **atomi stessi**. È una morte per **disintegrazione**. Il tessuto dello spazio-tempo si lacera, impedendo a qualsiasi forma di materia di esistere.



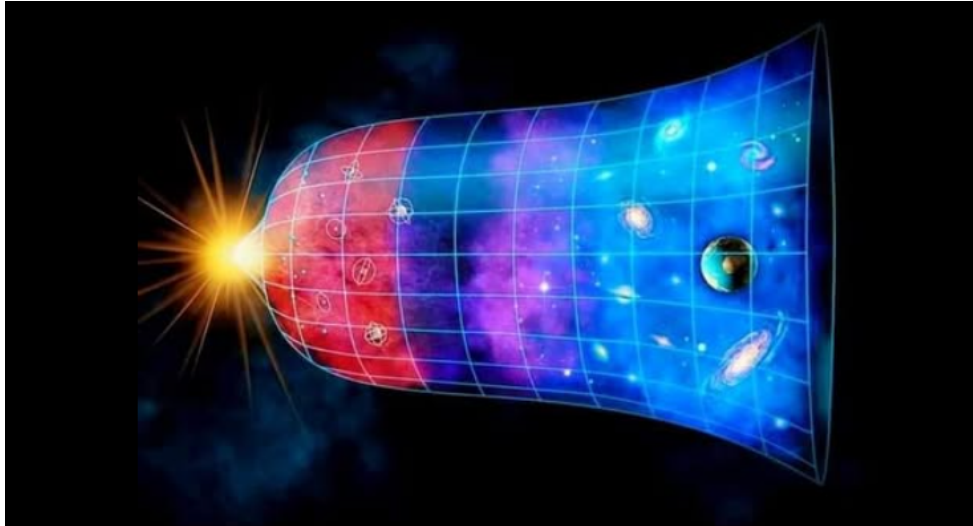
3. Geometria Euclidea e il *Big Freeze* ($\Omega = 1$)

È lo scenario che i dati astrofisici attuali ritengono più probabile: l'Universo è "piatto".

- **Forma e geometria:** Lo spazio è privo di curvatura, ricalcando esattamente il piano infinito studiato da Euclide e Byrne. È l'unico scenario in cui le parallele restano equidistanti all'infinito.

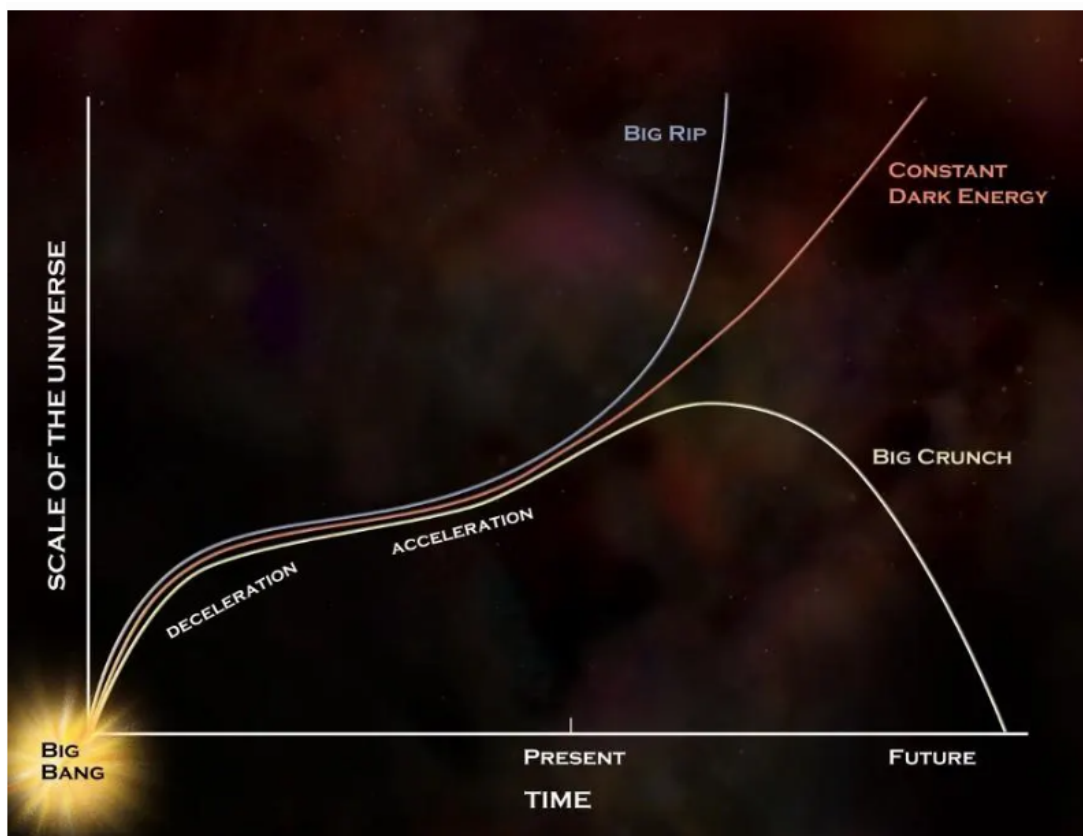


- **Destino:** L'Universo diventa così vasto che le galassie si allontanano l'una dall'altra fino a sparire oltre l'orizzonte visibile. Le stelle consumano il loro idrogeno e si spengono come candele. La materia resta intatta (i pianeti restano interi, gli atomi non si sfaldano), ma ogni cosa diventa isolata e gelida. È una morte per **solitudine**. L'Universo finisce in uno stato di oscurità eterna dove non accade più nulla.



Sintesi

Il grafico sottostante illustra l'evoluzione della scala dell'Universo in base alle diverse densità di energia e geometrie. Ogni linea rappresenta una direzione logica differente presa dal tessuto dello spazio-tempo.



Evoluzione dell'Universo: il bivio tra big crunch (curva gialla), big freeze (curva rossa) e big rip (curva blu).